2 - LÓGICA PROPOSICIONAL CLÁSSICA

2.1 formalização em linguagem lógica proposicional

Formalização em linguagem lógica proposicional

- **A lógica proposicional** é a teoria lógica que trata dos argumentos que resultam do uso das conectivas. Serve para testar a validade.
- A grande maioria dos argumentos assenta em operadores proposicionais tais como:
- "se … então" (condicionais)
- "se e somente se" (bicondicionais)
- "ou" (disjunção)
- "e" (conjunção)
- "não" (negação)

Variáveis proposicionais

- Na lógica proposicional ignora-se o conteúdo específico das proposições e atende-se às operações lógicas existentes.

- Cada proposição elementar ou simples que constitui os argumentos é representada pelas letras **P, Q, R** e assim sucessivamente, a que se chama **variáveis proposicionais.**
- O seu significado é fixado por meio de um **dicionário** que estabelece a correspondência entre cada letra e a proposição simples que esta representa.

Proposições simples e complexas

- Proposições simples – não têm qualquer conetiva proposicional

Exemplo: "Deus existe."

- Proposição complexa - é constituída por duas frases simples

Exemplo: "Se **Deus existe**, então não **há mal no mundo.**"

Dicionário

- “Se Deus existe, então não há mal no mundo.”
- P – “Deus existe.”
- Q – “Há mal no mundo.”
- Forma lógica (formalização) – “Se P, então Q.”

Conectivas proposicionais

- **Conectivas proposicionais** – são expressões que se adicionam a proposições de modo a formarem-se novas proposições.

- Na proposição condicional " Se Deus existe, então não há mal no mundo." encontramos dois operadores ou conetivas proposicionais.

- "se … então" (condicional) e o "não" (negação)

Conectivas proposicionais

Conectivas proposicionais	Linguagem natural	Símbolos das conectivas
Negação	"não…" "não é verdade que…" "é falso que…"	$\neg$
Conjunção	"…e…" "tanto…como…" "…mas…também…"	$\wedge$
Disjunção (inclusiva)	"… ou…", "… a não ser que…", "… a menos que…"	$\vee$
Condicional	"se… então…", "… desde que…", "… só se…"	$\rightarrow$
Bicondicional	"… se e só se…", "se e somente se…", "…	$\leftrightarrow$

Âmbito das conectivas

- Na lógica proposicional também se utilizam os parêntesis "(...)"
- Só as proposições **binárias** (P∧Q)
- O não é um operador unário não tem parêntesis.

  ¬ Q
- A conectiva principal ou com maior âmbito é a que se aplica a toda a proposição.

- Exemplo: Se P então, não Q. O não opera apenas sobre o Q , a condicional Se … então está a operar sobre P e não Q

Prática de formalização

- Argumento
- Se Deus existe, então não há mal no mundo

  Mas há mal no mundo

  Logo, Deus não existe

Para formalizar temos de construir o dicionário

P= Deus existe

Q= há mal no mundo

Forma lógica: 1$(P \rightarrow \neg Q)$ ou $(P \rightarrow \neg Q)$, $Q \therefore \neg P$

2 Q

3 $\therefore \neg P$

Funções de verdade e tabelas de verdade

- Na lógica proposicional, cada uma das proposições é substituída por uma variável proposicional (P Q …)
- Exemplo: P – Deus existe.

  Q – Há mal no mundo.

Cada uma destas proposições possui um valor de verdade (V) verdadeiro ou (F) falso

Podemos ter 4 possíveis combinações do seu valor de verdade.

Funções de verdade e tabelas de verdade

- P Q

  V V - são ambas verdadeiras

  V F - só P é verdadeiro

  F V - só Q é verdadeiro

  F F - ambas são falsas
- O primeiro passo para construir tabelas de verdade é criar as possíveis combinações dos valores de verdade para cada variável.
- Saber se as formulas proposicionais são verdadeiras ou falsas em cada uma das possíveis combinações.

Funções de verdade das conectivas

Conectivas proposicionais	Funções de verdade
Negação	Inverte o valor de verdade.
Conjunção	Só é verdadeira se as proposições elementares que a compõem forem ambas verdadeiras.
Disjunção inclusiva	Só é falsa se as proposições elementares que a compõem forem ambas falsas.
Disjunção exclusiva	Só é verdadeira quando uma proposição elementar for verdadeira e a outra falsa e vice-versa.
Condicional	Só é falsa se a antecedente for verdadeira e a consequente falsa.
Bicondicional	Só é verdadeira se os seus dois lados tiverem o mesmo valor de verdade.

Negação

- A **negação de uma frase** tem o valor de verdade oposto ao da frase de partida. A situação pode ser representada por meio de uma tabela de verdade como a que se segue.

P	¬ P
V	**F**
F	**V**

- A **negação é a única operação unária** porque se aplica a uma só proposição.

Conjunção

A conjunção é verdadeira se, e apenas se, todas as proposições que a compõem forem verdadeiras.

Uma proposição composta por duas proposições simples unidas por **e** é uma **conjunção**:

P e Q. Usamos o símbolo $\wedge$ para substituir a expressão **e**.

Por consequência, a função P e Q simboliza-se do seguinte modo: **P** $\wedge$ **Q**

conjunção

A conjunção é verdadeira se, e apenas se, todas as proposições que a compõem forem verdadeiras.

Se P representar a proposição «Estamos no século XXI» e Q a proposição «A escravatura existe», então poderemos escrever **P ∧ Q** em vez de:

→ Estamos no século XXI e a escravatura existe.

→ Estamos no século XXI, mas a escravatura existe.

→ Apesar de estarmos no século XXI, a escravatura existe.

conjunção

- A conjunção é verdadeira se, e somente se, todas as proposições conjuntas forem também elas verdadeiras. Basta, pois, que uma das proposições conjuntas seja falsa para que a conjunção também o seja.

P	Q	P ∧ Q
V	V	**V**
V	F	**F**
F	V	**F**
F	F	**F**

Disjunção

Uma disjunção inclusiva é verdadeira se, e apenas se, pelo menos uma das frases disjuntas for verdadeira.

A expressão ***ou*** é também muito frequente na nossa língua. Trata-se da disjunção, que pode assumir duas formas: a inclusiva a exclusiva.

Uma **disjunção inclusiva** (**e**/***ou***) é a proposição complexa que se forma quando colocamos proposições (denominadas frases disjuntas) antes e depois de um P ou de um Q. Usamos o símbolo **V** para substituir a expressão ***ou*** e, portanto, a função P ou Q escreve-se do seguinte modo: P **V** Q

Disjunção

Uma disjunção inclusiva é verdadeira se, e apenas se, pelo menos uma das frases disjuntas for verdadeira.

Daqui decorre que se P representar a proposição «As mulheres conquistaram direitos» e Q a proposição «A violência de género persiste», então poderemos escrever P $\vee$ Q em vez de:

→ As mulheres conquistaram direitos ou a violência de género persiste.

disjunção

- **Uma <u>disjunção inclusiva</u>** é verdadeira se, e somente se, pelo menos um dos seus componentes – ou frase disjunta – o for. A tabela de verdade da disjunção inclusiva elabora-se como se apresenta de imediato.

P	Q	$P \vee Q$
V	V	**V**
V	F	**V**
F	V	**V**
F	F	**F**

Condicional ou implicação

Uma proposição condicional é falsa se, e apenas se,

a antecedente (condição) for verdadeira e a consequente falsa.

Uma proposição **condicional** é uma frase formada a partir da expressão *se… então*. À frase que se segue a ***se*** chamamos **antecedente** e à que se segue a ***então*** chamamos **consequente**: *se P então* Q.

Usamos o símbolo $\rightarrow$ para substituir a expressão se… então e, por conseguinte, a função de verdade se P então Q denota-se do seguinte modo:

P $\rightarrow$ **Q**

Condicional ou implicação

Seja P a representação da proposição simples «A discriminação étnica existe» e Q da proposição simples «Os direitos humanos são violados». Assim, poderemos escrever P $\rightarrow$ Q em vez de:

→ Se a discriminação étnica existe, então os direitos humanos são violados.

→ Basta que exista discriminação étnica, para que os direitos humanos sejam violados.

→ A discriminação étnica é condição para que os direitos humanos sejam violados.

Condicional ou implicação

- Uma proposição condicional é falsa quando a antecedente (condição) é verdadeira e a consequente falsa. Em todos os outros casos é verdadeira. A tabela de verdade da condicional elabora-se como se segue.

P	Q	$P \rightarrow Q$
V	V	**V**
V	F	**F**
F	V	**V**
F	F	**V**

Bicondicional ou equivalencia

Uma proposição bicondicional é verdadeira quando, e só quando, as proposições que a compõem assumem em simultâneo o mesmo valor de verdade.

A função de verdade que corresponde ao operador verofuncional se e somente se chama-se **bicondicionalização** ou **equivalência**. Uma equivalência é, assim, a proposição complexa que se forma quando colocamos proposições antes e depois de se e somente se: P se e somente se Q. Usamos o símbolo $\leftrightarrow$ para substituir a expressão *se* e *somente se* e, portanto, *P se* e *somente se* Q denota-se do seguinte modo: $P \leftrightarrow Q$

Bicondicional ou equivalencia

Seja P a representação da proposição simples «A dignidade humana existe» e Q da proposição simples «Os direitos humanos são respeitados». Assim, poderemos escrever

$P \quad \leftrightarrow \quad Q$ em vez de:

$\longrightarrow$ A dignidade humana existe se e somente se os direitos humanos forem respeitados.

$\longrightarrow$ O respeito pelos direitos humanos é condição necessária e suficiente para que a dignidade humana exista.

Bicodicional ou equivalencia

- Uma **proposição bicondicional** é verdadeira quando, e só quando, as proposições que a compõem assumem em simultâneo o mesmo valor de verdade, isto é, são ambas verdadeiras ou ambas falsas. Assim, a sua tabela de verdade constrói-se como se mostra abaixo.

P	Q	$P \leftrightarrow Q$
V	V	**V**
V	F	**F**
F	V	**F**
F	F	**V**

Avaliação de formas proposicionais

- Para avaliar formas proposicionais complexas recorremos a tabelas de verdade.

- Tautologia
- Contradição
- Contingência.

Avaliação de formas proposicionais.

- Tautologia

P	(P	∨	¬P)
V	V	V	F
F	F	V	V

- Contradição

P	(P	∧	¬P)
V	V	F	F
F	F	F	V

Contingente

P	Q	¬	(P	∨	¬Q)
V	V	F	V	V	F
V	F	F	V	V	V
F	V	V	F	F	F
F	F	F	F	V	V

Teste da validade: inspetor de circunstâncias

- É um método para avaliar a validade dos argumentos.
- O inspetor de circunstâncias consiste num dispositivo gráfico com uma sequência de tabelas de verdade que mostra o valor de verdade de cada premissa e da conclusão em todas as circunstâncias possíveis.
- Se existir pelo menos uma circunstância em que todas as premissas são verdadeiras e a conclusão é falsa, então o argumento é inválido. Caso contrário, o argumento é válido.

Exemplos de inspetores de circunstâncias

- **Argumento válido**, pois na circunstância (quarta linha) em que todas as premissas são verdadeiras, a conclusão também é verdadeira.

P	Q	(P→Q),	¬Q	∴ ¬P
V	V	V	F	F
V	F	F	V	F
F	V	V	F	V
F	F	V	V	V

Exemplos de inspetores de circunstância

- **Argumento inválido**, pois na circunstância (terceira linha) em que todas as premissas são verdadeiras, a conclusão é falsa.

P	Q	(P→Q),	Q	∴ P
V	V	V	V	V
V	F	F	F	V
F	V	V	V	F
F	F	V	F	F

Exercício

1. Determine a validade dos argumentos, recorrendo ao inspetor de circunstâncias. Comece por apresentar o dicionário e a formalização.

a) Se sou português então conheço Marcelo Rebelo de Sousa.

Sou português.

Logo, conheço Marcelo Rebelo de Sousa.

Exercício

b) Se corro, então sinto-me bem.
Sinto-me bem.
Logo, corro.

c) Se leio, aumento a minha inteligência.
Se aumento a minha inteligência, aumento a minha auto estima.
Logo, Se leio, aumento a minha auto estima.

Formas de inferência válidas

- **Modus Ponens (modo afirmativo)**
- **Modus Tollens (modo negativo)**
- **Contraposição**
- **Silogismo disjuntivo**
- **Silogismo hipotético**
- **Leis de Morgan**

Modus Ponens (modo afirmativo)

- Modus Ponens significa o que se põe ou o modo como se afirma.
- A primeira premissa é uma proposição condicional;
- A segunda premissa afirma o antecedente do condicional da primeira premissa;
- A conclusão afirma o consequente.

Modus Ponens (modo afirmativo)

Exemplo:

Se está sol, então vou à praia.

Está sol.

Logo, vou à praia.

	Formalização
Se então $\rightarrow$	$(P \rightarrow Q)$
Afirma a antecedente	P
$\therefore$ Afirma a consequente	$\therefore Q$

Modus Ponens (modo afirmativo)

P Q	P → Q	P	∴ Q
V V	**V**	**V**	**V**
V F	F	V	F
F V	V	F	V
F F	V	F	F

Modus Tollens (modo negativo)

- Significa o que se elimina ou o modo como se nega.

- A primeira premissa é uma proposição condicional;

- A segunda a negação do consequente da primeira premissa;

- A conclusão a negação do antecedente.

Modus Tollens (modo negativo)

Exemplo:

Se está sol, então vou à praia.

Não vou à praia.

Logo, não está sol.

	Formalização
Se então $\rightarrow$	$(P \rightarrow Q)$
Nega a consequente	$\neg Q$
∴ Nega a antecedente	$\therefore \neg P$

Contraposição

- **A contraposição (contra)** é uma forma argumentativa válida em que a premissa é uma condicional e a conclusão a mesma condicional com as posições do antecedente e do consequente trocadas e negadas. A contra é uma forma de **equivalência** entre a premissa e a conclusão. Isto significa que as duas proposições possuem exatamente o mesmo resultado final, em termos de valor de verdade.

Contraposição

Exemplo:

Se Deus existe, então o mundo é finito.

Logo, se o mundo não é finito, então Deus não existe.

- **Formalização** $P \rightarrow Q$

  $\therefore \neg Q \rightarrow \neg P$

Se o mundo não é finito, então Deus não existe.

Logo, se Deus existe, então o mundo é finito

Formalização $\neg Q \rightarrow \neg P$

$\therefore P \rightarrow Q$

Contraposição

P	Q	P → Q	↔	¬ Q → ¬ P
V	V	V	V	V
V	F	F	V	F
F	V	V	V	V
F	F	V	V	V

Silogismo disjuntivo

- É uma forma argumentativa válida em que a primeira premissa é uma disjunção;
- A segunda premissa a negação de um dos disjuntos;
- Conclusão a afirmação do outro.

Silogismo disjuntivo

Exemplo:

	Formalização
Canto ou assobio.	$P \vee Q$
Não canto.	$\neg P$
Logo assobio.	$\therefore Q$

	Formalização
Canto ou assobio.	$P \vee Q$
Não assobio.	$\neg Q$
Logo, canto.	$\therefore P$

Silogismo hipotético

- O silogismo hipotético é uma forma argumentativa válida formada por três proposições condicionais construída a partir de três variáveis, dispostas na sequência seguinte.

$$
\begin{array}{l}
P \rightarrow Q \\
Q \rightarrow R \\
\therefore P \rightarrow R
\end{array}
$$

Silogismo hipotético

- **Exemplo:**
- Se viajar aprendo novas coisas.

  Se aprendo novas coisas, então torno-me melhor pessoa.

Logo, se viajar, então torno-me melhor pessoa.

Formalização $P \rightarrow Q$

$Q \rightarrow R$

$\therefore P \rightarrow R$

Leis de Morgan

- As leis de Morgan constituem equivalências lógicas. As suas formas argumentativas válidas apresentam-se sob duas formulações.
- **Lei da negação da conjunção**

$$\neg (P \land Q)$$

$$\therefore \neg P \lor \neg Q$$

Exemplo:

É falso que a justiça seja respeitada e que haja paz civil

Logo a justiça não é respeitada e não há paz civil.

Leis de Morgan

- Lei da negação da disjunção.

$$\neg P \lor \neg Q$$

$$\therefore \neg (P \land Q)$$

Exemplo:

É falso que a justiça seja respeitada ou que haja paz civil

Logo, a justiça não é respeitada e não haverá paz no mundo.

Falácias formais

- **As falácias formais** são inferências onde se aparenta tirar uma conclusão lógica quando, de facto tal não acontece.
- São portanto erros de raciocínio.
- Uma falácia formal é um argumento cuja forma argumentativa é inválida, apresentando deficiência na sua estrutura.
- **Falácia da negação do antecedente**
- **Falácia da afirmação do consequente.**

Falácia da negação do antecedente

- **Exemplo:**
- Se estudo então tiro boa nota.

  Não estudo.

  Logo, não tiro boa nota.
- **Formalização**

$$P \longrightarrow Q$$

$$\neg P$$

$$\therefore \neg Q$$

Falácia da negação do antecedente

P	Q	$P \rightarrow Q$	$\neg P$	$\therefore \neg Q$
V	V	V	F	F
V	F	F	F	V
F	V	V	V	**F**
F	F	V	V	V

Falácia da negação do antecedente

- Analisando a tabela, constatamos que existe um caso, na terceira linha, em que as premissas são verdadeiras e a conclusão é falsa. Logo, o argumento é inválido, apesar de haver uma circunstancia onde as premissas e a conclusão são verdadeiras.

Falácia da afirmação do consequente

- A falácia da afirmação do consequente é uma forma argumentativa inválida em que a primeira premissa é uma proposição condicional, a segunda premissa é a afirmação do consequente do condicional da primeira premissa e a conclusão é a afirmação do antecedente.

Falácia da afirmação do consequente

- **Exemplo**:
- Se estudo então tiro boa nota.

  Tiro boa nota.

  Logo, estudo.
- **Formalização**

$$P \rightarrow Q$$

$$Q$$

$$\therefore P$$

Falácia da afirmação do consequente

P Q	$P \rightarrow Q$	Q	$\therefore$ P
V V	V	V	V
V F	F	F	V
F V	V	V	**F**
F F	F	F	F

Falácia da afirmação do consequente

- Analisando a tabela, constatamos que, também aqui, existe um caso, na terceira linha, em que as premissas são verdadeiras e a conclusão é falsa. Logo, o argumento é inválido, apesar de haver uma circunstancia onde as premissas e a conclusão são verdadeiras.